

6.5 Wesentliche statische Eigenschaften der tragenden steinernen Glocke.

Die tragende steinerne Glocke gehört gemäß der Einteilung der Schalentheorie zu den rotationssymmetrischen Polyklustoiden. Über die Tragfähigkeit des Polyklustoids bei unverschieblicher und horizontal elastisch gestützter Lagerung wurde bereits berichtet.¹

Das grundsätzliche Spannungs- und Verformungsverhalten wird nun zuerst anhand einer Modellierung der Hauptkuppel als tragende steinerne Glocke mittels Schalenelementen untersucht.² In polyklustischen Kuppeln sind die Meridianspannungen unter Eigenlast stets Druckspannungen.³ Die Ringspannungen lassen zwei charakteristische Bruchfugen erkennen, die ein relativ schmales Ringzugspannungsband einschließen. Aufgrund der ausgeprägten Ringdruck-

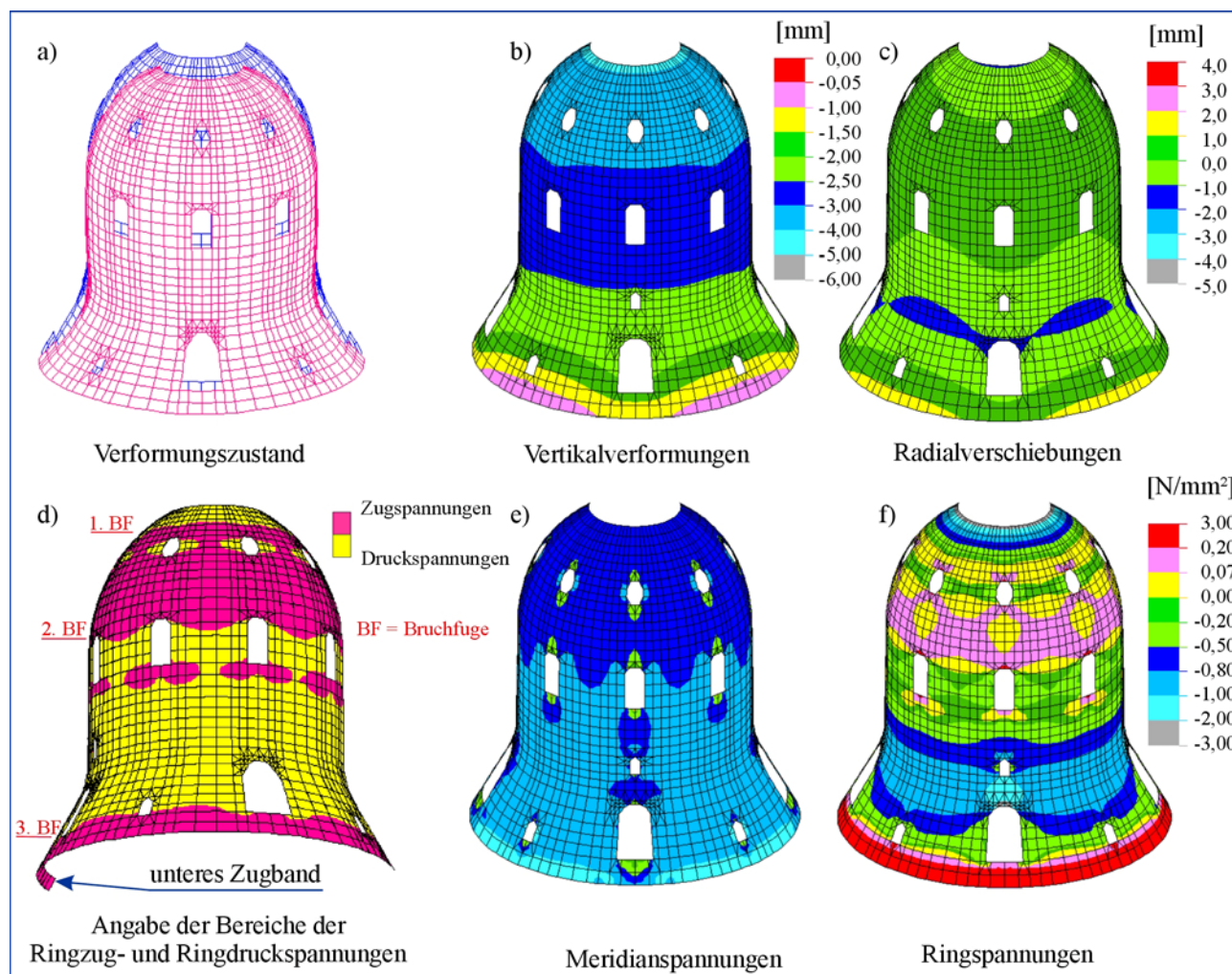


Bild 6.5.1: Gesamte Hauptkuppel. Modellierung mit Schalenelementen. Unterer Kuppelrand radial und vertikal elastisch gelagert.

- Verformungszustand.
- Vertikalverformungen.
- Radialverschiebungen.
- Angabe der Bereiche der Ringzug- und Ringdruckspannungen.
- Meridianspannungen.
- Ringspannungen.

¹ Vgl. Abschnitt 5.3.

² Vgl. Bild 6.5.1. Die Bearbeitung erfolgte mit dem Programmsystem NISA. Vgl. auch Anhang A.9.

³ Davon auszunehmen sind Meridianzugspannungen im lokalen Bereich, die sich am Rand von Öffnungen und im Umfeld von starken Tangentenänderungen einstellen können.

spannungsbereiche oberhalb und vor allem unterhalb der Bruchfuge ist diese Strukturform für die Ausführung in Stein besonders geeignet. Für die Ringzugsspannungsbereiche wird der Einbau von kraftschlüssig wirkenden Ringankern erforderlich. Im Gegensatz zu einer horizontal verschieblich gelagerten Glockenkuppel entsteht bei einer horizontal elastisch gelagerten Kuppel eine dritte Bruchfuge in unmittelbarer Nähe zum Glockenfuß. Die anliegenden Ringzugspannungen müssen von einem unteren schlaffen Zugband aufgenommen werden. Dieses erhält, auch zur Minimierung der Verformungen, eine Querschnittsfläche von 1000 cm^2 . Der Verformungszustand des Polyklastoides ist im Bereich der Stützkuppel von einem charakteristischen Stützen der Meridiane durch die Breitenkreise geprägt.

Zur wirklichkeitsnäheren Analyse erfolgte parallel zu der vorangegangenen Untersuchung eine Modellierung der Hauptkuppel mit Volumenelementen. dabei konnten auch die Rippen und die innere Schale der Hauptkuppel mit abgebildet werden. Die Wanddicke der äußeren Schale der Hauptkuppel nimmt von $2,20 \text{ m}$ unten bis auf $0,80 \text{ m}$ oben ab.⁴

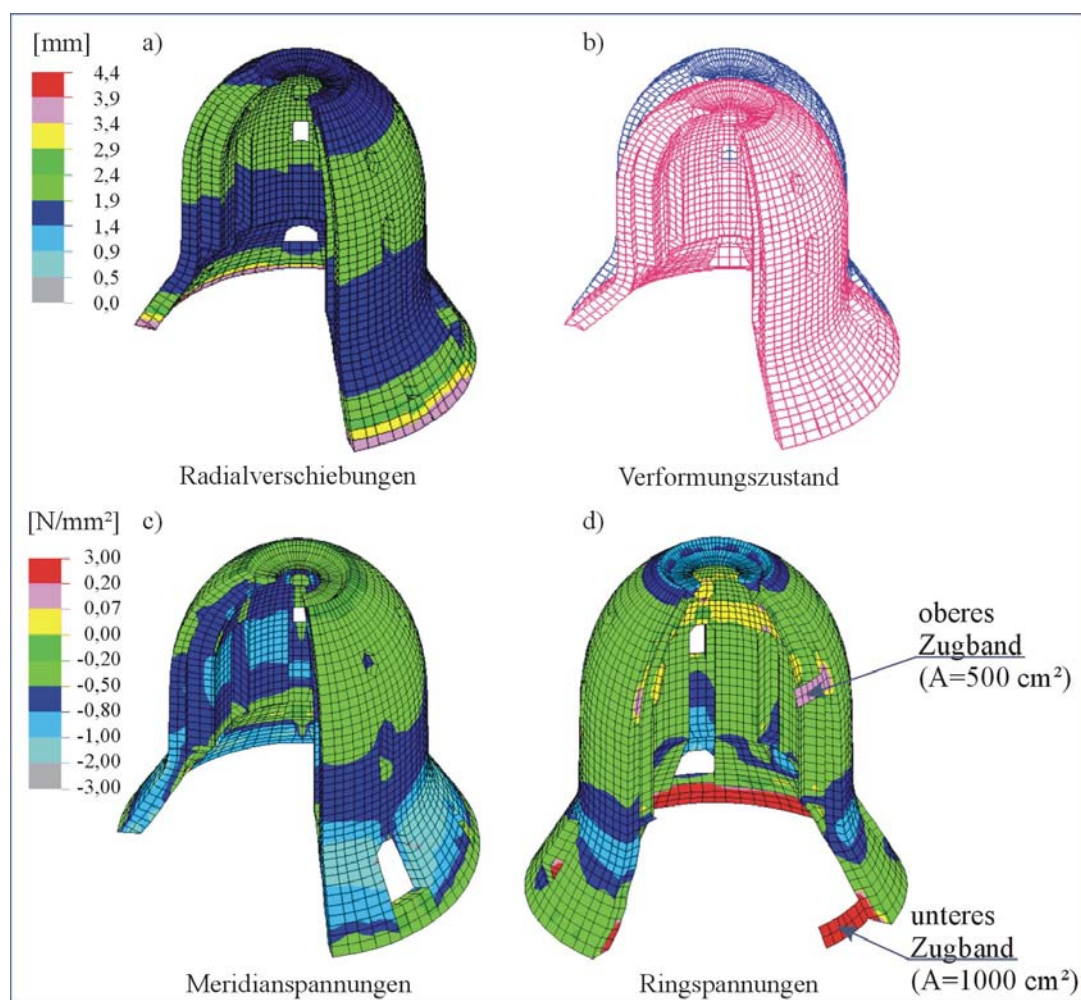


Bild 6.5.2: Gesamte Hauptkuppel. Modellierung mit Volumenelementen und Rissen in den Ringzugbereichen. Unterer Kuppelrand radial und vertikal elastisch gelagert.

- a) Radialverschiebungen.
- b) Verformungszustand.
- c) Meridianspannungen.
- d) Ringspannungen.

⁴ Vgl. Bild 6.5.2. Die Bearbeitung erfolgte ebenfalls mit dem Programmsystem NISA. Vgl. auch Anhang A.9.

Die Ergebnisse wiederholen tendenziell die bei der Berechnung mit Schalenelementen erzielten Werte. Allerdings tragen die 24 Hauptkuppelrippen zu einer Vergleichmäßigung des Spannungs- und Verformungszustandes bei.

In der tragenden steinernen Glocke wird das Polyklastoid von Öffnungen durchbrochen und durch Rippen versteift. Öffnungen in der Kuppel führen infolge des Eigengewichts der Kuppel und einer Laternenlast bei kontinuierlicher Federlagerung zu einer Abwechslung von Ringdruck- und Ringzugbereichen an der äußeren bzw. inneren Kuppelfläche. Die Flächentragwerkswirkung wird im Polyklastoid durch die Öffnungen zwar lokal gestört, aber nicht aufgehoben. Die Ausbildung der beiden Bruchfugen und die Ringdruckspannungen insbesondere unterhalb der unteren Bruchfuge sind deutlich zu erkennen. Die Meridianspannungen umfließen die Öffnungen laminar und stützen sich zwischen den großen unteren Öffnungen deutlich stärker auf dem Unterbau ab, als unter den Öffnungen selbst.

Der Vergleich der Meridianspannungen zeigt für die Ergebnisbilder von äußerer und innerer Mantelfläche sowie von der Mittelfläche, daß an der Kuppeloberfläche in Teilbereichen Zugspannungen auftreten können. Diese weisen auf einen Biegespannungszustand hin, der durch zu starke Tangentenwechsel hervorgerufen wird. Eine sensiblere Formung des Polyklastoides kann diese Biegezugspannungen grundsätzlich minimieren, allerdings war im gegebenen Fall eine Optimierung der Kuppelform durch die Vorgabe der Architekturform der dresdner Frauenkirche nicht möglich.⁵

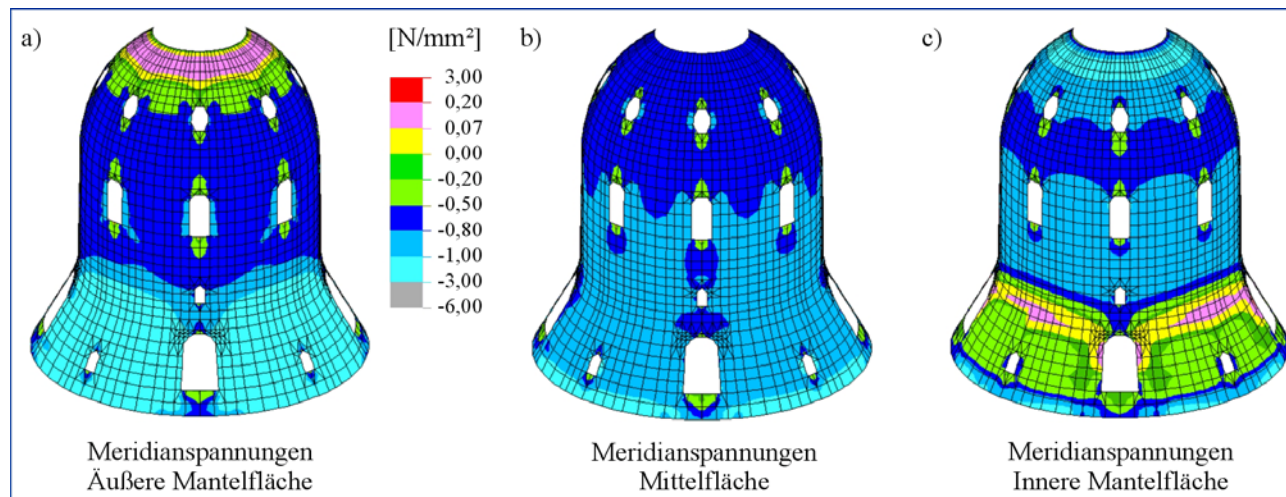


Bild 6.5.3: Gesamte Hauptkuppel. Modellierung mit Schalenelementen. Unterer Kuppelrand radial und vertikal elastisch gelagert.

- a) Meridianspannungen – Äußere Mantelfläche.
- b) Meridianspannungen – Mittelfläche.
- c) Meridianspannungen – Innere Mantelfläche.

Gleichermaßen von Interesse ist eine vergleichende Betrachtung der Ringspannungen an äußerer und innerer Mantelfläche sowie in der Mittelfläche. Hier zeigt sich ein in der Höhe jeweils gleicher Farbverlauf, der allerdings zwischen den beiden oberen Öffnungsreihen gestört wird. Der über dem Breitenkreis abzulesende Wechsel von Bereichen mit höherer und niedrigerer Ringzug-

⁵ Vgl. Bild 6.5.3. Die Bearbeitung dieser Berechnung erfolgte wiederum mit dem Programmsystem NISA. Vgl. auch Anhang A.9.

spannung deutet auf einen Biegezustand in Ringrichtung hin. Dieser kann dadurch erklärt werden, daß in den nicht perforierten Meridianbereichen die Meridiankräfte hinab fließen, während der Meridiankräftefluß unter- und oberhalb der Fenster unterbunden wird. Damit stemmen sich die Meridiankräfte im nichtperforierten Bereich mehr gegen die Breitenkreise als in den Fensterachsen. In der Folge kommt es zur Biegung im Breitenkreis.⁶

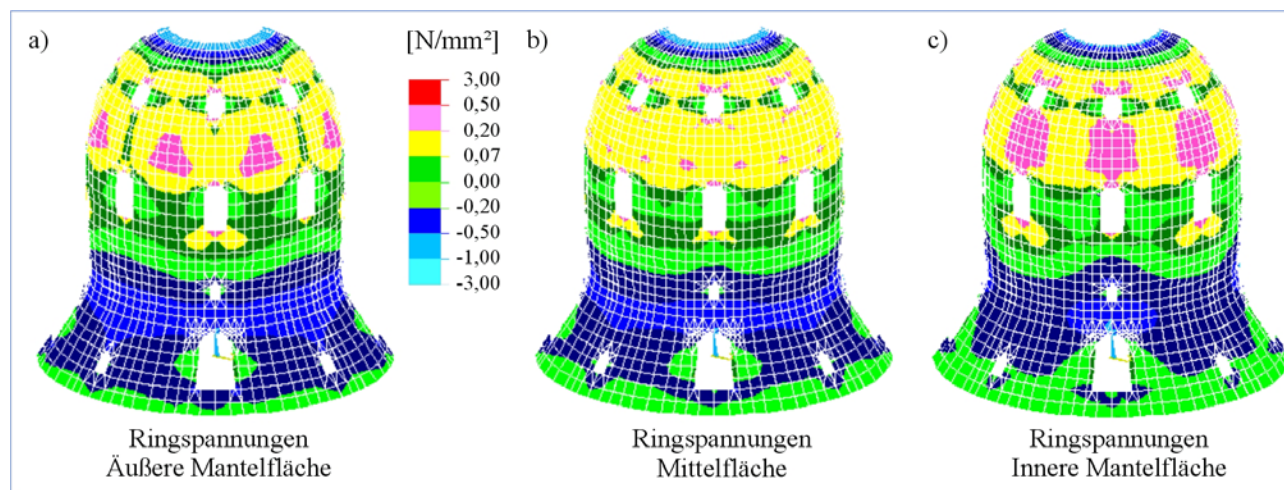


Bild 6.5.4: Gesamte Hauptkuppel. Modellierung mit Schalenelementen. Unterer Kuppelrand radial und vertikal unverschieblich gelagert.

- Ringspannungen – Äußere Mantelfläche.
- Ringspannungen – Mittelfläche.
- Ringspannungen – Innere Mantelfläche.

In einer weiteren Analyse sollen statische Eigenschaften der tragenden steinernen Glocke in Extrem- und Katastrophensituationen beschrieben werden. Verwendet wird wiederum ein Modell mit Volumenelementen.⁷ Durch Versteifungen mit im Mauerwerk eingelegten Stahlringen und meridionalen Rippen kann man die Radialverschiebungen nach außen behindern und Ringzugspannungen abbauen. Die Verdoppelung der Kuppellast führt zu einer Verdoppelung der Spannungen und läßt eine grobe Abschätzung der Tragreserven zu. Dabei steigen die maximalen Ringdruckspannungen auf etwa $-3,05 \text{ N/mm}^2$ und die maximalen Ringzugspannungen auf etwa $+0,6 \text{ N/mm}^2$, während die maximalen Meridian-Druckspannungen auf etwa $-3,1 \text{ N/mm}^2$ anwachsen. Die Tragsicherheit ist in diesem Fall nicht in Frage gestellt, wenn für die Aufnahme der Zugspannungen durch Ringanker Sorge getragen wird.

Stützensenkungen sind Katastrophen-Lastfälle, deren Spannungs- und Verformungsverhalten auf die Robustheit einer Struktur schließen läßt. Die Stützensenkungen einzelner oder aller Innenpfeiler wirken sich vor allem auf die Innenkuppel aus. Für die Beanspruchung der tragenden steinernen Glocke sind sie von nur geringem Einfluß. Wird die Stützung im Bereich A-B wirkungslos, senken sich also die Apsispfeiler, die Bögen von den Apsispfeilern zu den Innenpfeilern, diese Innenpfeiler selbst und die drei verbindenden Spieramengewölbe, so verliert die tragende steinerne Glocke auf einer Umfangslänge von etwa 20 m ihre Lagerung. Trotz dieser

⁶ Vgl. Bild 6.5.4. Zur Bearbeitung dieses Modells wurde das Programmsystem ANSYS verwendet. Vgl. auch Anhang A.11 und Borsi & Garofalo, 1999.

⁷ Vgl. Bild 6.5.5.



Bild 6.5.5: (Bildunterschrift siehe folgende Seite)

Länge entstehen in diesem Bauwerksabschnitt überraschend kleine Verschiebungen. Die maximalen Verformungen betragen radial $-3,8$ mm (nach innen) und vertikal $+3,2$ mm (nach unten).

Die resultierenden Verschiebungen bewirken in diesem Bereich – da die Radialverschiebungen nach innen erfolgen – eine Stauchung der Auflagerlinie, so daß an der Außenseite die Ringdruckspannungen nach unten anwachsen und die große Öffnung umschließen.⁸ Für das doppelte Eigengewicht und eine Horizontallast, die sich durch eine Horizontalbeschleunigung von $g/10$ ergibt, werden die maßgeblichen Spannungsverläufe aufgezeigt.⁹ An der Innenfläche entstehen schon unter einfacher Eigenlast – infolge der Durchbiegung des unteren Glockenrandes nach innen – bis etwa in Öffnungsmitte Ringzugspannungen, die aber von kräftigen und großflächigen Entlastungsbögen aus Ringdruckspannungen (mit bis zu $-1,75$ N/mm²) überbrückt werden.¹⁰

Eine weitere Steigerung der Eigenlast macht dies noch deutlicher.¹¹ Die Ringspannungsverteilung in der Mittelfläche läßt erkennen, daß die Stützensenkungen in diesem Bereich Ringdruckkräfte entstehen lassen, die ein Ausbrechen von weiterem Material verhindern. Durch das Versagen der Stützung im Bereich A-B nehmen im oberen Bereich die kreisförmigen Horizontalschnitte eine Eiform an.

Die Meridianspannungen werden über dem gestörten Stützbereich kleiner, weichen nach dessen Rändern A und B aus und stützen sich intensiver auf den ungestörten Bereich (mit weniger als $-6,0$ N/mm²) ab.¹² Dies wird bei einer weiteren Laststeigerung¹³ besonders deutlich, wobei aber die Druckspannungen nirgends $-6,0$ N/mm² ganz erreichen. Die unmittelbar am Öffnungsrand entstehenden Meridianzugspannungen werden von den in diesem Bereich erhöhten Ringdruckspannungen bei der Reißbildung behindert.

Neben der Modellierung der tragenden steinernen Glocke in einem Computermodell wurde mit einem Demonstrationsmodell die statische Wirkweise der Stützkuppel ergründet und dargestellt.¹⁴ Zu diesem Zweck wurden 900 Styrodorformkörper angefertigt und diese in 15 Ringen á 60 Steinen ohne kraftschlüssigen Verbund zur Stützkuppel zusammengesetzt. Nach der Belastung dieser Stützkuppel wurde die Einstellung eines Ringdruckspannungszustandes deutlich sichtbar. Anhand der relativ großen Verformbarkeit der Stützkuppel infolge der lose gesetzten Steine konnte deutlich beobachtet werden, daß sich die Meridiane auf den Breitenkreisen abstützen und von diesen getragen werden. Grundsätzlich konnte damit die Ausführbarkeit der tragenden steinernen Glocke als Mauerwerkskonstruktion festgestellt werden. Dies gilt auch für Öffnungen im Bereich

Bild 6.5.5: Gegenüberstellung von Meridianspannungen und Ringspannungen in Abhängigkeit von verschiedenen Lagerungen und Lastfällen.

- a) Meridianspannungen in der Kuppelmitte.
- b) Ringspannungen auf der Kuppeloberfläche außen.
- c) Ringspannungen auf der Kuppeloberfläche innen.

⁸ Vgl. Bilder 6.5.5 b Mitte.

⁹ Vgl. Bilder 6.5.5 a – c.

¹⁰ Vgl. Bild 6.5.5 c Mitte.

¹¹ Vgl. Bild 6.5.5 c unten.

¹² Vgl. Bild 6.5.5 a Mitte.

¹³ Vgl. Bild 6.5.5 a unten.

¹⁴ Vgl. Bild 6.5.6.

der Stützkuppel die im Demonstrationsversuch gleichfalls eingefügt wurden. Für den Bauzustand ist es erforderlich, kontinuierlich geschlossene Ringe aufzumauern, so daß sich sofort die Ringdruckkräfte einstellen können. Solange die Öffnungen noch nicht mit einem Bogen geschlossen sind, müssen diese mit einem Baubehelf ausgesteift werden.

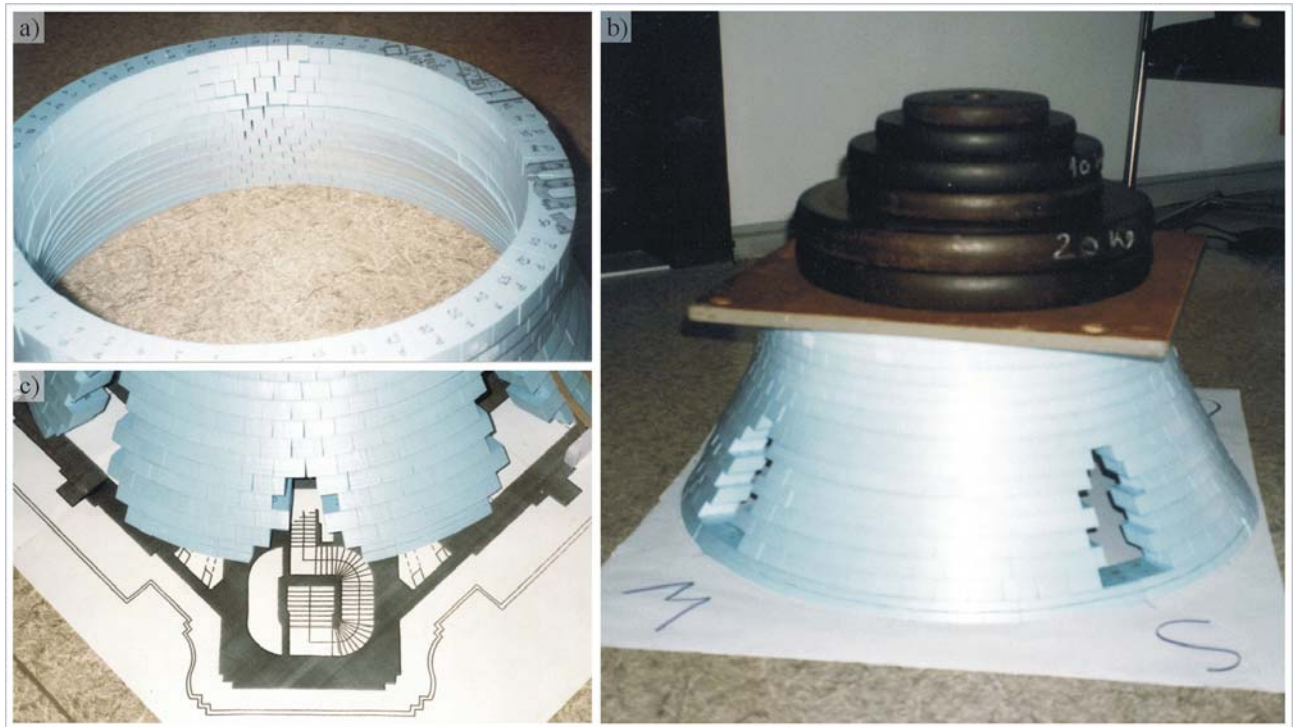


Bild 6.5.6: Demonstrationsmodell zur Untersuchung der statischen Wirkweise der Stützkuppel. M 1:50. Styrodur.